

37. 機率模式液化評估法 (Probabilistic Modeling of Soil Liquefaction Potential)

吳 偉 特 *

由於地震反覆應力的不可預估性，與一般液化分析方法所使用之各種參數，牽涉到難以避免的誤差性，故可以機率模式來評估土壤之液化潛能，可考慮到牽涉的所有參數的不定性，來評估土壤液化的機率；至於所採用之機率大小，則依設計者所願意承當的風險大小來決定之。

機率模式係為一種風險評估之方法，目前可分為：

- (1) 累積損害法 (Cumulative Damage Method)
：以疲乏定律來決定累積之反覆剪應力效果。
- (2) Haldar & Tang (1979) 法：以 Seed & Idriss (1971) 之簡化法為基礎，並將其中之參數皆考慮為隨機變數，以一階二次矩法計算土壤液化之機率。
- (3) Yegian & Whitman (1978) 法：以地震規模與震源距離來評估液化之風險。
- (4) Chern (1986) 與 Chern & Fu (1986) 法：以 Seed & Idriss (1971) 之簡化法為基礎，估計其中所牽涉的所有參數的不定性，經由一階二次矩法、高等二次矩法與蒙地卡羅模擬法，來計算土壤液化之機率 (傅啓明，1987)。

茲將 Haldar & Tang (1979) 法、Chern (1986) 與 Chern & Fu (1986) 法綜合敘述如下：

根據 Seed & Idriss (1971) 之液化分析簡化法中，當地震引致地層中某深度之剪應力 τ_A 大於該深度土壤之剪力強度 τ_R 時，土壤則發生液化現象；而其中

$$\tau_A \approx 0.65 r_d \gamma h \frac{a_{max}}{g}$$

式中 r_d ：應力折減係數，地表面為 1.0，深度 30ft 時，約 0.9
 γ ：土壤單位重
 g ：重力加速度
 a_{max} ：地表面最大加速度
 h ：土壤深度

上式中之 0.65 係考慮地震作用之平均反覆均勻應力 τ_A ，在運算過程中之標準參考應力採用值，為無單位分數，一般以 0.65 至 0.85 表示之，Seed 採用 0.65，而 Haldar & Miller (1982) 考慮為減少所求得土壤抗剪強度之不定性，建議在機率模式中採用 0.75。

地層中土壤之抗剪強度 τ_R ，一般係以試驗方法計算在相當於該土層深度之相同圍壓作用下，該土壤發生液化時之反覆剪應力表示之；試驗方法一般以反覆式動力三軸試驗最為普遍，而以大尺度之震動台剪力試驗最接近水平地表面之地震作用現場情況；無論採用何種試驗方法，皆須儘量考慮各種影響因素，以使試驗情況與現地實際情況儘量符合，故其試驗結果須採用適當之修正係數。

由上述之地震引致土層平均剪應力 τ_A 與土層發生液化之剪力強度 τ_R 得知，若兩者所牽涉的相關參數，為隨機連續性變數時，則可依據統計之基本定理與運算過程，求其所有參數的平均值，標準偏差與變差係數 COV 值 (Coefficient of Variation) 等統計特性。

因此根據統計與機率模式之基本技術，即可求取地震發生時，土層發生土壤液化的風險，其液化機率 P_f 為：

* 國立台灣大學土木工程學系教授

(1)若考慮 τ_R 與 τ_A 為已知統計性質之隨機變數，則

$$\begin{aligned} P_f &= P(\tau_R \leq \tau_A) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\tau_R, \tau_A}(\tau_R, \tau_A) d\tau_R d\tau_A \end{aligned}$$

式中 $f_{\tau_R, \tau_A}(\tau_R, \tau_A)$ 為 τ_R 與 τ_A 之聯合密度函數 (Joint Density Function)。

(2)若 τ_R 與 τ_A 為統計上獨立之隨機變數，則

$$\begin{aligned} P_f &= P(\tau_R \leq \tau_A) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{\tau_R}(\tau_R) d\tau_R \int_{-\infty}^{\infty} f_{\tau_A}(\tau_A) d\tau_A \end{aligned}$$

式中 $f_{\tau_R}(\tau_R)$ 與 $f_{\tau_A}(\tau_A)$ 分別為統計上獨立的或然率密度函數。

(3)若 τ_R 與 τ_A 為某一已知或假設分佈時，則機率可以 τ_R 與 τ_A 之平均值與方差值表示之，故若 τ_R 與 τ_A 為統計上獨立之常態隨機變數，則

$$P_f = 1 - \phi(\beta) = 1 - \phi\left(\frac{\mu_{\tau_R} - \mu_{\tau_A}}{\sqrt{\sigma_{\tau_R}^2 + \sigma_{\tau_A}^2}}\right)$$

$$\text{式中 } \beta = \frac{\mu_{\tau_R} - \mu_{\tau_A}}{\sqrt{\sigma_{\tau_R}^2 + \sigma_{\tau_A}^2}}$$

為信賴指數 (Reliability Index)，或稱安全指數 (Safety Index)； ϕ 為標準常態分佈或然率； μ_{τ_R} ， μ_{τ_A} 與 σ_{τ_R} ， σ_{τ_A} 分別為變數 τ_R 及 τ_A 之平均值與標準偏差。

(4)若 τ_R 與 τ_A 為統計上獨立的對數常態變數，則

$$P_f = 1 - \phi(\beta) = 1 - \phi\left\{\frac{\ln\left(\frac{\mu_{\tau_R}}{\mu_{\tau_A}} \sqrt{\frac{1+\Omega_{\tau_A}^2}{1+\Omega_{\tau_R}^2}}\right)}{\sqrt{\ln[(1+\Omega_{\tau_A}^2)(1+\Omega_{\tau_R}^2)]}}\right\}$$

式中 β 為信賴指數，或稱安全指數； Ω_{τ_R} ， Ω_{τ_A} 分別為 τ_R 與 τ_A 之變差係數 COV 值。

因此，若能求取 τ_R 與 τ_A 所牽涉之各參數統計性質，則可應用上述各機率模式，求取砂土液化之風險：

(A) 地震引致土層剪應力 τ_A 之不定性分析

已知地震引致之土層剪應力 τ_A ，可以下式表示之：

$$\tau_A = S_L r_d \gamma h \frac{a_{max}}{g}$$

式中 S_L 一般以 0.65~0.85 表示，Haldar &

Miller (1980) 建議機率模式中之 S_L 採 0.75，關於深度 h 為土層中指定之評估液化深度值，故上式中之 S_L ， h 與重力加速度 g 三參數可視之為已知值，而其餘之應力折減係數 r_d ，地表最大加速度 a_{max} 與土壤單位重 γ 三參數值，可假設為統計上獨立之隨機變數，則其平均值與變差係數 COV 值，分別為：

$$(i) r_d = 10^{-4} (9995.7 - 22.857h + 0.707h^2 - 0.025h^3)$$

$$\sigma_{r_d} = \exp\left(\frac{h - 84}{14.5}\right)$$

式中 h 為地表面至該土層之深度，單位為 ft；而 r_d 值之平均值 \bar{r}_d 與標準偏差 σ_{r_d} 關係式，係 Haldar & Miller (1982) 依據 Seed & Idriss (1971) 建議之應力折減係數 r_d 隨深度之變化曲線可能範圍而得出。

(ii) 地震引致該地區之地表最大加速度之不定性，Haldar & Tang (1979) 估計其變差係數 COV 值為 0.6；土壤單位重 γ 隨深度變化之不定性，Haldar & Tang (1979) 估計其變差係數 COV 值為 0.01。

根據上述已知值與隨機變數之平均值與變差係數 COV 值，則地震引致之地層中某深度之剪應力 τ_A ，其平均值 τ_A 與變差係數 COV 值 $\Omega_{\tau_A}^2$ ，可分別表示為

$$\bar{\tau}_A = S_L \bar{r}_d \bar{\gamma} h \frac{\bar{a}_{max}}{g}$$

$$\Omega_{\tau_A}^2 = \Omega_{r_d}^2 + \Omega_{\gamma}^2 + \Omega_{a_{max}}^2$$

(B) 土壤發生液化所須之剪應力不定性分析

土壤發生液化所須之剪應力，一般係以試驗室中某圍壓作用（相當於該土層深度所受之圍壓）下，該土壤發生液化之反覆剪壓力 τ_R 表示之。

由於大尺度震動台剪力試驗最為接近實際情況，故 Chern (1986), Haldar & Tang (1979), Haldar & Miller (1982, 1984) 建議採用無因次液化強度參數 R (Cyclic Shear Strength Parameter)，可將試驗結果轉換為 R 值，以替代液化強度反覆剪應力 τ_R 值，並再考慮適當之影響因素修正值，即可求得現場實際土壤之液化強度。

Chern, Haldar 等人定義無因次液化強度參數 R 為

$$R = \frac{\tau_r}{\bar{\sigma}_m D_r}$$

式中 D_r 為砂土相對密度

$\bar{\sigma}_m$ 為該深度土壤之平均有效正應力，可表示為

$$\bar{\sigma}_m = \frac{1}{3} (\bar{\sigma}_v + 2\bar{\sigma}_h) = \frac{1}{3} (1+2k_0) \bar{\sigma}_v$$

式中 $\bar{\sigma}_v$ 與 $\bar{\sigma}_h$ 為土層之有效垂直與水平壓力， k_0 為靜止土壓力係數

因此，根據 DeAlba et al (1976) 之大尺度震動台試驗結果，就已知之 D_r , $\tau / \bar{\sigma}_v$ 與 k_0 值，轉換為無因次剪力強度參數 R ；並與相對應發生土壤液化所需之反覆應力作用次數 N_ℓ 值，成近乎直線關係，其迴歸分析方程式可表示 R 值之平均值與方差值為

$$E(R|N_\ell = n_\ell) = 0.68171 - 0.08778 \ell n(n_\ell)$$

$$V_{ar}(R|N_\ell = n_\ell) = 0.0004$$

式中係適用於 Monterey #0 砂土之平均粒徑 $D_{50} = 0.36\text{mm}$ ，且 $2 \leq N_\ell \leq 63$ 之試驗條件而得。

由於地震引致地層土壤之反覆震動次數，係為隨機分佈，大小與形狀隨時間而不同，故一般常轉成等量之均勻應力反覆作用次數，並將之直接與試驗資料加以比較；而其試驗資料則以均勻反覆載重應力所作用之次數 N_ℓ 表示之；Seed et al (1975) 曾分析研究得出美國西部地區地震應力等量均勻作用次數 N_ℓ 與地震規模 M 之關係曲線；吳偉特 (1983) 亦曾分析研究得出台灣地區地震應力等量均勻作用次數 N_ℓ 與地震規模 M 之關係；上述之研究皆假設平均反覆均勻應力為最大剪應力之 65%。

Haldar & Tang (1979) 研究得出地震應力等量均勻作用次數 N_ℓ 與地震規模之關係式，其平均均勻反覆應力假設為最大剪應力之 75%，則作用次數 N_ℓ 之平均值與變差係數 COV 值為：

$$E(N_\ell | M=m) = 106.08 - 36.42m + 3.312m^2$$

$$\Omega(N_\ell | M=m) = \sqrt{0.05^2 + \frac{29.05}{(E(N_\ell | M))^2}}$$

式中 M 為地震之芮氏規模值，且

$$5 \leq M \leq 8.25$$

若採用其他不同地區之土壤與相關之試驗影響因素，則須再加以修正之：

(1) 平均粒徑 D_{50}

Haldar & Tang (1979) 依據 Seed & Peacock (1971) 之動力三軸試驗結果，並假設亦適用於大尺寸震動台試驗，則土壤液化之反覆應力作用次數 N_ℓ 與平均粒徑 D_{50} 之關係，可求得平均粒徑之影響因素 $N_{D_{50}}$ 與平均粒徑 D_{50} 之迴歸分析式：

$$E(N_{D_{50}} | D_{50}) = 0.746 + 1.01 d_{50} - 0.875 d_{50}^2$$

$$V_{ar}(N_{D_{50}} | D_{50}) = 0.002$$

綜合無因次液化強度參數 R 之關係式，則

$$E(R_D | N_1, D_{50}) = [0.68171 - 0.08778 \ell n(n_\ell)] \times (0.746 + 1.01 d_{50} - 0.875 d_{50}^2)$$

$$V_{ar}(R_D | N_1, D_{50}) = 0.0004 + 0.0002 = 0.0006$$

(2) 過壓密效應

Ishihara & Takatsu (1979) 進行動力三軸與扭轉剪力試驗，在各種靜止土壓力係數 k_0 情況下，建立過壓密土壤與正常壓密土壤之剪應力比關係式：

$$(\tau / \bar{\sigma}_v)_{oc} = \sqrt{OCR} (\tau / \bar{\sigma}_v)_{nc}$$

式中 $(\tau / \bar{\sigma}_v)_{oc}$ 與 $(\tau / \bar{\sigma}_v)_{nc}$ 分別代表過份壓密土壤與正常壓密土壤之剪應力比值，OCR 為過壓密比值。

因此在考慮過壓密之影響作用下，則前述之無因次液化強度參數 R ，除了考慮平均粒徑效應外，可再改變為：

$$E(R_o | N_\ell = n_\ell, D_{50} = d_{50}) = N_{oc} \cdot E(R_D | N_1, D_{50})$$

式中 N_{oc} 為過壓密對液化強度之影響因素，且 N_{oc} 之平均值為 $\bar{N}_{oc} = \sqrt{OCR}$ ，其變差係數 COV 值可假設為 0.1 (Chern, 1986)。

(3) 多向振動

Seed (1979) 考慮多向振動之修正因素為 0.9，亦即多向振動試驗之動力強度為單向振動試驗動力強度值之 90%；Haldar 等 (1982) 建議採用多向振動修正係數 N_m 於前述之無因次液化強度參數 R 之中，因此除考慮平均粒徑與過壓密效應外，可再改變為

$$E(R_m | N_1, D_{50}) = N_m \cdot E(R_o | N_1, D_{50})$$

式中 N_m 之平均值與變差係數 COV 值，分別為 0.9 與 0.1 (Haldar & Miller, 1982)。

(4) 其他有關土壤之顆粒形狀，粒徑分佈，均勻反覆載重之頻率和形狀，與其他可能之影響因素，由於目前之研究極為少數，故對液化潛能之影響尚無法加以量計，Haldar 等(1982)之研究認為此些因素彼此間之影響可互為補償，故對於動力強度平均值的變化，並無系統化之傾向，但在評估液化抗剪強度方面，却增加了其不定性。

因此，Haldar 等(1982)建議為考慮上述所有無法量計之影響因素，可以 N_{sc} 表示之，其平均值與變差係數 COV 值分別為 1.0 與 0.152。

大尺度震動台剪力試驗所得之無因次液化強度參數 R_L ，在考慮上述所有影響因素後，其平均值與變差係數 COV 值分別為：

$$\begin{aligned} E(R_L | N_1, D_{50}) &= 0.9 \sqrt{OCR} [0.68171 \\ &\quad - 0.08778 \ln(N_\ell)] \\ &\quad \times (0.746 + 1.01 D_{50} - 0.875 D_{50}^2) \end{aligned}$$

$$V_{ar}(R_L | N_1, D_{50}) = 0.006 + (0.09^2 + 0.1^2 + 0.152^2) \times (E(R_L | N_1, D_{50}))^2$$

式中之 0.09 為考慮多向振動之方差值，即 $V_{ar}(N_m) = (\bar{N}_m \cdot COV(N_m))^2 = 0.09^2$ 。

由於大尺度震動台剪力試驗之應力情況最為接近現地條件，故 Haldar 等(1982)建議其試驗結果轉換為現地工址動力強度時之修正係數 C_r 值，其平均值與變差係數 COV 值，分別為 1.0 與 0.1；故最後可得現場土層土壤發生液化時所須之剪應力，其無因次液化強度參數 R 之平均值與考慮所有參數不定性之方差值，分別為：

$$\begin{aligned} R &= E(R | N_1, D_{50}) \\ &= 0.9 \sqrt{OCR} (0.68171 - 0.08778 \ln \bar{N}_\ell) \\ &\quad \times (0.746 + 1.01 \bar{D}_{50} - 0.875 \bar{D}_{50}^2) \\ V_{ar}(R) &= 0.0006 + (0.09^2 + 0.1^2 + 0.152^2 + 0.1^2) \cdot (E(R | N_1, D_{50}))^2 \\ &\quad + V_{ar}(D_{50}) \cdot (1.01 - 1.75 \bar{D}_{50}) (0.9 \sqrt{OCR}) \\ &\quad \cdot (0.68171 - 0.08778 \ln \bar{N}_\ell)^2 \\ &\quad + V_{ar}(N_1) \cdot \left(-\frac{0.08778}{\bar{N}_\ell}\right) (0.9 \sqrt{OCR}) \\ &\quad \cdot (0.746 + 1.01 \bar{D}_{50} - 0.875 \bar{D}_{50}^2)^2 \end{aligned}$$

式中

$$V_{ar}(D_{50}) = \Omega_{D_{50}}^2 \cdot \bar{D}_{50}^2$$

$$V_{ar}(N_1) = \Omega_{N_1 | M}^2 \cdot [E(N_1 | M)]^2 + V_{ar}(M) \cdot \left(\frac{dM}{dN_1}\right)^2$$

Haldar & Tang(1979)求出 $\Omega_{D_{50}} = 0.12$ ，若地震規模 M 已知，則 $V_{ar}(M) = 0$ ，因此

$$V_{ar}(N_1) = \Omega_{N_1 | M}^2 \cdot [E(N_1 | M)]^2$$

式中作用次數 N_ℓ 之平均值與變差係數，則可以前述之關係式求取之。

雖然大尺度震動台剪力試驗較接近實際情況，但由於試驗設備與操作技術之困難，目前以採用反覆式動力三軸試驗結果來評估液化潛能最為普遍；Chern(1986)曾根據 DeAlba et al(1976)之研究，求出大尺度震動台剪力試驗與反覆式動力三軸試驗之關係式

$$(\tau / \bar{\sigma}_v) = C_t (\sigma_{dc} / 2\sigma_3)$$

$$C_t = 0.685 - 0.02 \ln N_\ell$$

式中 $\tau / \bar{\sigma}_v$ 與 $\sigma_{dc} / 2\sigma_3$ 分別為大尺度震動台剪力試驗與反覆式動力三軸試驗之剪應力比值； C_t 為 $\sigma_{dc} / 2\sigma_3$ 轉換為 $\tau / \bar{\sigma}_v$ 之修正係數；因此再根據前述之方法，即可求出考慮所有有關參數之無因次液化強度參數 R 值之平均值 \bar{R} 與變差係數 COV 值。

現場土壤發生液化所須之剪應力 τ_R 之平均值與變差係數 COV 值，即可依其統計性質分別表示為：

$$\bar{\tau}_R = \bar{R} \cdot \bar{\sigma}_m \cdot \bar{D}_r$$

$$\Omega_{\tau_R}^2 = \Omega_{\bar{R}}^2 + \Omega_{\bar{\sigma}_m}^2 + \Omega_{\bar{D}_r}^2$$

式中平均有效正應力 $\bar{\sigma}_m$ 之平均值與方差值，分別為

$$\bar{\sigma}_m = \left(\frac{1+2k_o}{3}\right) \bar{\sigma}'_v$$

$$V_{ar}(\bar{\sigma}_m) = V_{ar}(\sigma'_v) \cdot \left(\frac{1+2k_o}{3}\right)^2$$

若 k_o 為假設已知，則有效覆土壓力 σ'_v 之平均值與方差值為：

$$\sigma'_v = \bar{\gamma}_{sat} h - \gamma_w (h - \bar{h}_{wt})$$

$$V_{ar}(\sigma'_v) = V_{ar}(\bar{\gamma}_{sat}) h^2 + V_{ar}(h_{wt}) \gamma_w^2$$

式中 $\bar{\gamma}_{sat}$ 為土壤之飽和單位重， h_{wt} 為地下水位深度， γ_w 為水單位重；式中之深度 h 與水單位重 γ_w 為已知，且 $\bar{\gamma}_{sat}$ 與 h_{wt} 之變差係數 COV 值分別為 0.01 與 0.2(Haldar & Tang, 1979)。

相對密度 D_r 之平均值與方差值，可採用

Haldar & Miller(1982, 1984), Haldar & Tang(1979) 或 Chern(1986) 之方法求取之；本文僅敘述 Chern(1986) 之研究建議方法：

Chern(1986) 依據 Seed 研究之現場觀測結果，求出相對密度 D_r 與修正標準貫入試驗 N_{II} 值之迴歸關係式：

$$\bar{D}_r = 13.83 + 3.732 \bar{N}_{II} - 0.0523 \bar{N}_{II}^2$$

$$V_{ar}(D_r) = 16.16 + V_{ar}(N_{II}) \cdot (3.732 - 0.1046 \bar{N}_{II})^2$$

此外，亦根據 Seed(1979) 之研究，求得修正標準貫入試驗 N_{II} 值之平均值與方差值，分別為

$$\bar{N}_{II} = \bar{C}_N \cdot N$$

$$V_{ar}(N_{II}) = N^2 \cdot V_{ar}(C_N)$$

式中 N 為標準貫入試驗 N 值， C_N 為 N 值考慮有效覆土壓力的修正值； C_N 之平均值與方差值，亦可根據 Seed(1979) 之研究，分別表示為：

當 $0.4 \leq D_r \leq 0.6$ 時

$$\bar{C}_N = \frac{2.1883}{1.0776 + \bar{\sigma}'_v}, \quad \bar{\sigma}'_v \text{ 單位: tsf}$$

$$V_{ar}(C_N) = 0.01 + Var(\bar{\sigma}'_v) [(-2.1883) / (1.0776 + \bar{\sigma}'_v)^2]^2,$$

$$\bar{\sigma}'_v \text{ 單位: ksf}$$

當 $0.6 \leq D_r \leq 0.8$ 時

$$C_N = \frac{2.7187}{1.4476 + \bar{\sigma}'_v}, \quad \bar{\sigma}'_v \text{ 單位: tsf}$$

$$V_{ar}(C_N) = 0.0101 + V_{ar}(\bar{\sigma}'_v) [(-2.7187) / (1.4476 + \bar{\sigma}'_v)^2]^2$$

$$\bar{\sigma}'_v \text{ 單位: ksf}$$

本方法相對密度 D_r 值與修正標準貫入試驗 N_{II} 值之求取，可採用迭代法交替求取之。

(C)液化潛能之機率

以前述求取之 τ_R 與 τ_A 之平均值 $\bar{\tau}_R$ 與 $\bar{\tau}_A$ ，與變差係數 COV 值 Ω_{τ_R} 與 Ω_{τ_A} ；可考慮為常態分佈或對數常態分佈，分別求取其液化機率 P_f 值。

(D)風險評估

隨機變數函數之各次矩，若僅考慮其線性項，且各變數為統計上獨立之隨機變數，則可得第一階之近似平均值與方差值；若考慮高階，則可得第二階之近似平均值，但其方差值較為複雜而難以求得。

故一階二次矩法最簡單且普遍被採用；但因忽略高階項而有誤差，故可考慮其非線性項而採用高等二次矩法，其泰勒展開式係在破壞面之某些點上加以線性化，而不是在其平均值上計算之；至於蒙地卡羅模擬法則可使用於原始資料不足時採用之，即在分析解之方法無法獲得時，蒙地卡羅模擬法常被用來評估數個隨機變數之函數的機率特性。

傅啓明(1987)曾將一階二次矩法，高等二次矩法與蒙地卡羅模擬法，合併發展成 FAMELP 電腦程式，以求取砂土液化之機率。

參考文獻

- 傅啓明、陳淑季(1986)“液化潛能評估——機率模式” 中華民國第十屆力學會議論文集，民國75年11月，PP. 605~614。
- 傅啓明(1987)“以機率模式評估土壤液化潛能” 國立台灣海洋學院河海工程研究所碩士論文，民國76年6月 6月。
- 吳偉特(1983)“台灣地區地震規模相對應之等量均勻反覆應力作用次數” 中國土木水利工程學會七十二年年會論文集，PP. 791~816
- DE ALBA, P. and SEED, H. B. (1976) "Sand Liquefaction in Large-Scale Simple Shear Tests" *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 102, No. GT9, September, PP. 909~928.
- CHERN, S. (1986) "Probabilistic Analysis of Pore Pressure - Induced Damage Potential for Structures Subjected to Earthquake Motion" *Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, Ga.* March.
- HALDAR, A. and MILLER, F.J. (1984) "Statistical Evaluation of Cyclic Strength of Sand" *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol. 110, No.12, December, PP. 1785~1802.
- HALDAR, A. and MILLER, F.J. (1982) "Research Initiation Probabilistic Evaluation of Damage Potential in Earthquake - Induced Liquefaction in a 3-D Soil Deposit" *Report No. SCE GIT-101-82, School of Civil Engr. Georgia Institute of Technology, Ga.*
- HALDAR, A. and TANG, W. H. (1979) "Probabilistic Evaluation of Liquefaction Potential" *Journal of the Geotechnical Engineering Division*

- sion, ASCE, Vol. 105, No. GT2, February, PP. 145–163.
- ISHIHARA, K. and TAKATSU, H. (1979) "Effects of Overconsolidation and Ko Condition on the Liquefaction Characteristics of Sands" *Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 19, No. 4, Dec.
- SEED, H.B. (1979) "Soil Liquefaction and Cyclic Mobility Evaluation for Level Ground During Earthquakes" *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 105, No. GT2, February, PP. 201–255.
- SEED, H.B. and IDRISI, I.M. (1971) "Simplified Procedure for Evaluating Soil Liquefaction Potential" *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 97, No. SM9, September, PP. 1249–1273.
- SEED, H.B. and PEACOCK, W.H. (1971) "Tests Procedures for Measuring Soil Liquefaction Characteristics" *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, Vol. 97, No. SM8, August, PP. 1099–1119.