

擋土排樁側向土壓力計算法簡介

林三賢 葉樹機*

一、前言

擋土排樁承受側向土壓力以防止邊坡產生滑動為工程界常用之邊坡穩定方式之一。一般常用之兩種排列方式為(1)樁與樁相切(即無間距)或可說是一道牆，及(2)樁與樁之間存在間距方式排列。前項之樁受力大小常以庫侖公式計算作用於牆之被動土壓力方式處理(Reese等人，1992)，此型式之排樁受力不在本文所討論之範圍。後者之排樁所受之側向力，Reese等人(1974)則採用土楔側向極限阻抗之方法計算之。

於日本，常用之計算法(有關樁與樁存在間距之排樁)係由Ito及Matsui(1975)所提出。此法亦被用以分析含有排樁之邊坡穩定(例如：Hassiotis等人，1997)。然而，Ito及Matsui(1975)法所考量條件為排樁後邊坡為水平面，排樁之受力係由於樁後土壤產生塑性變形造成，因此，Hassiotis等人(1997)用以分析排樁後邊坡為斜面之條件，其準確性有待更進一步之研究。至於排樁背後為斜面邊坡情況，Wang及Yen(1974)則應用土壤拱效應(Soil Arching)之觀念提出另一估計排樁所受側向力之分析法。

本文旨在介紹Ito與Matsui(1975)及Wang與Yen(1974)所提兩種分別用來計算排樁於水平面及斜坡面所承受之側向土壓力之方法，其各方法之基本假設與適用情形，亦分別於文中加以說明。

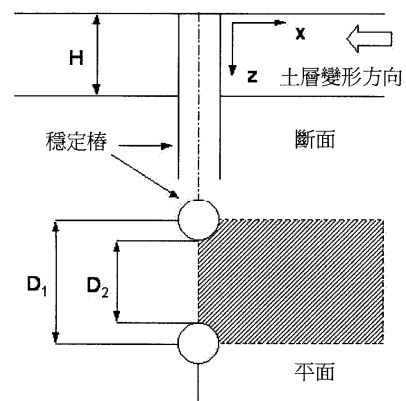
二、Ito及Matsui法簡介(1975)

2.1 公式推導與假設

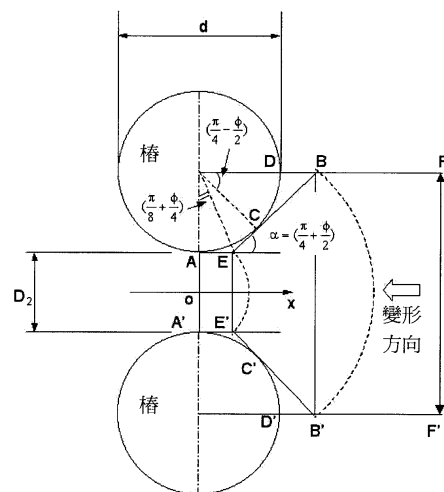
此法係假設樁後土壤產生變形或滑動(圖一)，趨使於排樁附近土壤達塑性平衡，

並滿足摩爾-庫侖降服準則。其他有關此塑性變形之假設為(圖二)：

1. 當土層變形，兩滑動面沿AEB及A'E'B'與x軸形成之角度為 $45^\circ + \frac{\phi}{2}$ ；
2. 僅於AEBB'E'A'區內土壤達塑性變形，並可用摩爾-庫侖準則；
3. 主動土壓力作用於AA'線；
4. 相對於排樁深度，平面應變之條件存在；
5. 樁身為剛性；
6. 當考量AEBB'E'A'區內土壤之應力分佈時，AEB及A'E'B'表面之摩擦力得以忽略。



圖一 以排樁穩定塑性變形土壤示意圖



圖二 樁周土壤塑性變形狀態

依據這些假設，可推導出每單位樁身長
度之側向力，P，為：

$$P = c \times D_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{(N_\phi^{\frac{1}{2}} \tan \phi + N_\phi - 1)} \times \left\{ \frac{1}{N_\phi \tan \phi} \times \left[\exp\left(\frac{D_1 - D_2}{D_2} N_\phi \tan \phi \tan\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4}\right)\right) - 2N_\phi^{\frac{1}{2}} \tan \phi - 1 \right] + \frac{2 \tan \phi + 2N_\phi^{\frac{1}{2}} + N_\phi^{-\frac{1}{2}}}{N_\phi^{\frac{1}{2}} \tan \phi + N_\phi - 1} \right\} - C$$

$$\times \left[D_1 \frac{2 \tan \phi + 2N_\phi^{\frac{1}{2}} + N_\phi^{-\frac{1}{2}}}{N_\phi^{\frac{1}{2}} \tan \phi + N_\phi - 1} - 2D_2 N_\phi^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$+ \frac{\gamma z}{N_\phi} \left\{ D_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{(N_\phi^{\frac{1}{2}} \tan \phi + N_\phi - 1)} \times \exp\left[\frac{D_1 - D_2}{D_2} N_\phi \tan \phi \tan\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4}\right)\right] - D_2 \right\}$$

.....(1)

式中 $N_\psi = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)$ ，

- c=土壤凝聚力，
- γ =土壤單位重，
- z =深度，
- ϕ =土壤內摩擦角，
- $D_1 - D_2$ =樁直徑，
- D_2 =樁間距。

於砂土中(c=0)，則P可改寫為

$$P = \frac{\gamma z}{N_\phi} \left\{ D_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{(N_\phi^{\frac{1}{2}} \tan \phi + N_\phi - 1)} \times \exp\left[\frac{D_1 - D_2}{D_2} N_\phi \tan \phi \tan\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\phi}{4}\right)\right] - D_2 \right\}$$

.....(2)

至於黏土中($\phi=0$)，則P為

$$P = c \times \left\{ D_1 \left[3 \ln\left(\frac{D_1}{D_2}\right) + \frac{D_1 - D_2}{D_2} \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) \right] - 2(D_1 - D_2) \right\} + \gamma z (D_1 - D_2)$$

.....(3)

Bosscher與Gray(1986)曾對於此公式
提出檢討，在 D_2/D_1 趨於零時，P不能趨於
無限大，最大值應為側向土壓力作用在單樁

上；而在 D_2/D_1 趨於1時，P並非為零，P有
最小值Pmin，其為

$$P_{min} = \frac{K}{2} \gamma h^2 (D_1 - D_2) \dots \dots \dots (4)$$

而DeBeer與Carpentier(1977)則提出
公式(1)能適用於間距 D_2 的範圍大小為
 $3(D_1 - D_2) < D_2 < 5(D_1 - D_2)$ 。

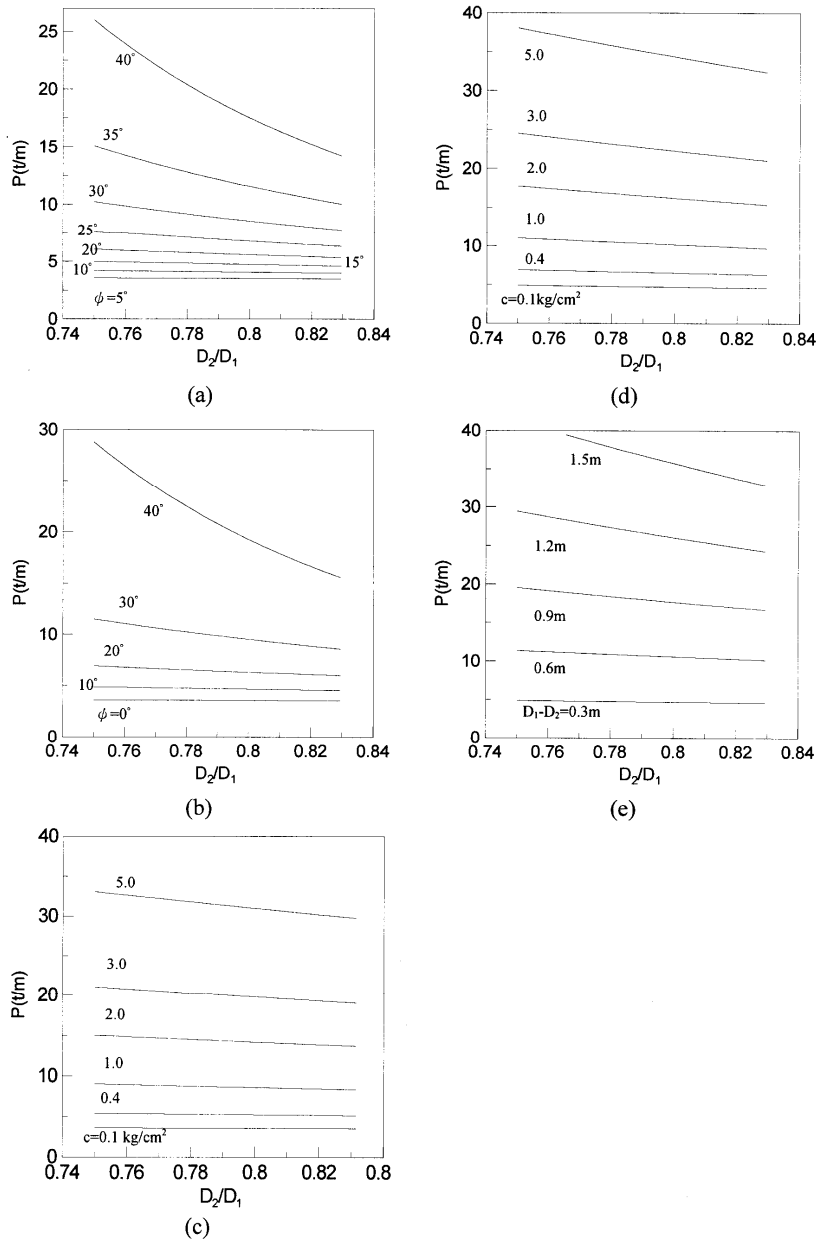
2.2 側向土壓力計算例

利用公式(1)~(3)，分別舉出五個計算
例，結果如圖三(a)至(e)所示。於圖三(a)，
假設樁徑 $(D_1 - D_2) = 0.3m$ ， $c = 0kg/cm^2$ ， γ
 $= 2t/m^3$ ， $z = 5m$ ，則當 D_2/D_1 越接近於1
時，則側向力P值越小；而且當土壤內摩擦
角 ϕ 值越大，則P值越大。若假設樁徑
 $(D_1 - D_2) = 0.3m$ ， $c = 0.1kg/cm^2$ ， $\gamma = 2t/m^3$ ， z
 $= 5m$ ，結果如圖三(b)，其顯示當 D_2/D_1 越
趨近1時，則側向力P值越小；而且當土壤
內摩擦角 ϕ 值越大，則P值越大。

於圖三(c)，係假設樁徑 $(D_1 - D_2) = 0.3m$ ， $\phi = 0^\circ$ ， $\gamma = 2t/m^3$ ， $z = 5m$ ，則
當 D_2/D_1 越接近於1時，則側向力P值越小；
而且當土壤凝聚力c值越大，則P值越大。如
同圖三(c)之條件，但若改變 $\phi = 10^\circ$ 而非 0° ，
如圖三(d)所示，可發現當 D_2/D_1 越接近於1
時，則側向力P值越小；而且當土壤凝聚力c
值越大，則P值越大。至於圖三(e)，係假設
 $c = 0.1 kg/cm^2$ ， $\phi = 10^\circ$ ， $\gamma = 2 t/m^3$ ， $z =$
 $5m$ ，則可發現當 D_2/D_1 越接近於1時，則側
向力P值越小，且當樁徑 $D_1 - D_2$ 越大時，則P
值越大。

從圖三可以看到，當c、 ϕ 越大，樁身
周圍土壤要通過兩樁間相對較困難，所以在
塑性狀態下，為滿足摩爾-庫侖準則，所以P
值越大。 D_2/D_1 越大，則表示間距越大，樁
身周圍土壤要通過兩樁間相對較容易，所以
作用在樁身的力較小。

需注意的是，此法未考慮斜坡之情況及
表層土壤與其下岩或土基底層間之摩擦行
為。



圖三 Ito 與 Matsui(1975)法計算例

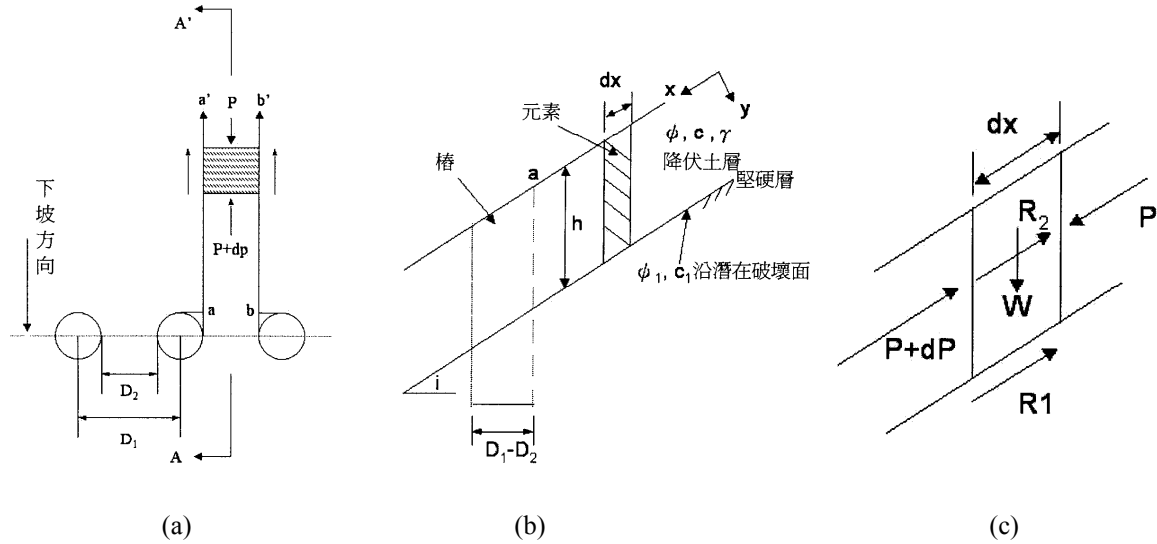
三、Wang與Yen法簡介(1974)

3.1 公式推導與假設

此法應用於排樁背後產生拱效應行為來計算其對排樁造成之土壓力大小。其所考慮條件為一無窮遠降伏邊坡於一較堅實土或岩盤上(圖四)。兩層土層間之強度得加以考慮，且土壤之破壞強度亦係採摩爾-庫倫準

則。據此推導出之排樁所承受之側向土壓力可依以下步驟所示。考慮元素(圖四(c))之力平衡可得

$$\frac{p}{\gamma h} = \frac{(m \cos i \sin i - K \cos i \tan \phi - \frac{2c}{\gamma h} \cos i - m \cos^2 i \tan \phi_1 - \frac{c_1}{\gamma h} m)}{2K \cos i \tan \phi} \times (1 - e^{-2Kn \cos i \tan \phi}) + \frac{1}{2} K e^{-2Kn \cos i \tan \phi} \dots (5)$$



圖四 排樁之平面圖

式中 γ = 土壤單位重，

$$m = D_2/h,$$

$$n = x/D_2,$$

h = 坡面到破壞面的垂直深度，

D_2 = 樁間距，

x = 斜面上樁後方距離，

i = 斜面坡的角度，

K = 靜止土壓係數，

c = 土壤凝聚力，

ϕ = 土壤內摩擦角，

c_1 = 沿破壞面的土壤凝聚力，

ϕ_1 = 沿破壞面的摩擦角。

若降伏層為砂土 ($c=0, c_1=0$)，則公式(4)

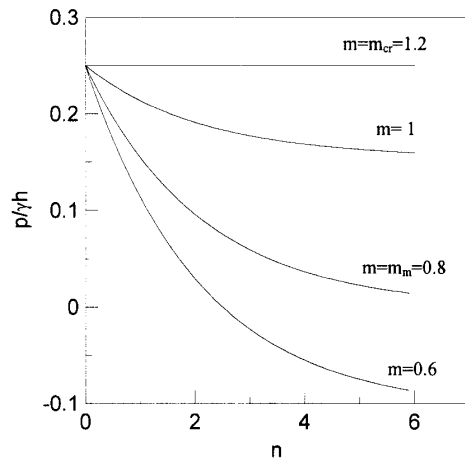
可改為

$$\frac{p}{\gamma h} = \frac{(m \cos i \sin i - K \cos i \tan \phi - m \cos^2 i \tan \phi_1)}{2K \cos i \tan \phi} \times (1 - e^{-2Kn \cos i \tan \phi}) + \frac{1}{2} K e^{-2Kn \cos i \tan \phi} \dots \dots \dots (6)$$

式中之 m 參數有其上、下限值，分別為 m_{cr} 與 m_m ，其可表示為

$$m_{cr} = \frac{K(K+1) \tan \phi}{\cos i (\tan i - \tan \phi_1)} \dots \dots \dots (7)$$

及



圖五 $p/\gamma h$ 與 n 關係圖

$$m_m = \frac{K \tan \phi}{\sin i - \cos i \tan \phi} = \frac{m_{cr}}{1 + K} \dots \dots \dots (8)$$

舉 $\phi=30^\circ, \phi_1=12^\circ, h=6.1\text{m}, \gamma=1595\text{kg/m}^3$ 為例，分別計算 m_{cr} 與 m_m ，如圖五所示，圖中在 $m=m_{cr}$ 時 $P/\gamma h$ 為一固定值，但是 $m < m_m$ 時，則發生 $P/\gamma h < 0$ 的現象，因此 m 有其上、下限值，間距 D_2 有上下限制。

利用公式(5)可計算作用於排樁樁身上之側向力， P_L 為

$$P_L = \frac{K}{2} \gamma h^2 (D_1 - D_2) - \left(\frac{K}{2} \gamma h - p \right) D_2 h \dots \dots (9)$$

式中(D₁-D₂)=樁徑。

若降伏層為黏土時，φ=0，φ₁=0，

$$\frac{p}{\gamma h} = n(m \cos i \sin i - \frac{2c}{\gamma h} \cos i - m \frac{c_1}{\gamma h}) + \frac{K}{2} \dots \dots (10)$$

考慮c₁=0，則

$$m_{cr} = \frac{2c}{\gamma h \sin i} \dots \dots (11)$$

若c ≤ c₁則令c = c₁，則

$$m_{cr} = \frac{2 \frac{c}{\gamma h} \cos i}{\cos i \sin i - \frac{c}{\gamma h}} \dots \dots (12)$$

據此，側向力P_L為

$$P_L = \frac{K}{2} \gamma h^2 D_1 \dots \dots (13)$$

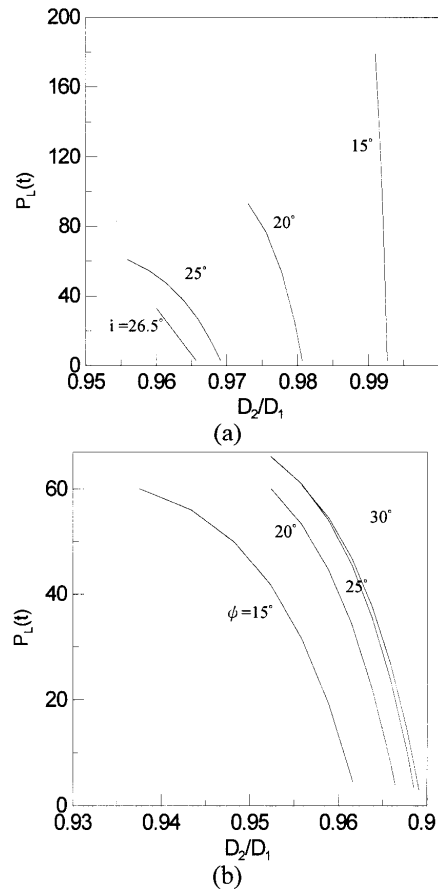
表層為黏土之情況，側向力P_L值與公式(9)無關，則如公式(12)所示，樁間間距增加，則側向力P_L值增大。然而，於Ito與Matsui法，樁間間距增加，則側向力P_L值越小，其有相互矛盾之處，雖有待更進一步之研究，不過，似乎後者較為合理。

3.2 側向土壓力計算例

假設c=0，c₁=0，γ=1.6t/m³，h=5m，D₁-D₂=0.3m，分析一降伏層為砂土層之行為，如圖六(a)及(b)所示。圖六(a)係考慮斜面坡的角度i=25°，φ₁=12°之條件，其結果顯示，當D₂/D₁值越大則側向力越小；斜面坡的角度i越大，則P_L越小。圖六(b)則考慮φ₁=12°，斜面坡的角度i=30°之情況，結果與圖六(a)相似，係當D₂/D₁值越大則側向力越小，但是在土壤內摩擦角φ增加，則P_L越大。

四、結語

用來處理邊坡穩定之擋土排樁所承受之側向土壓力計算法常用Reese等人(1974)所提



圖六 Wang 與 Yen(1974)法計算例

出之方法。本文則分別介紹了Ito與Matsui(1975)及Wang與Yen(1974)之另兩種計算法。前者於日本較為常用，但僅考慮排樁後為水平土層。若排樁後為斜面土層則介紹了Wang與Yen(1974)方法可據以計算。文內並分別舉例說明兩種方法之應用以供參考。

參考文獻

BOSSCHER, P.J. AND GRAY, D.H. (1986) "Soil Arching in Slopes", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 112, No.6, pp. 626-645.

DEBEER, E. AND CARPENTIER, R. discussion of "Methods to Estimate Lateral Force Acting on Stabilizing Piles", by T. Ito and T. Matsui, Soils and Foundations, Vol. 17, No. 1, pp. 68-82.

ITO, T., AND MATSUI, T. (1975) "Methods to Estimate Lateral Force Acting on Stabilizing Piles," Soils and Foundations, JSSMFE, Vol. 15, No. 4, pp. 43-59.

HASSIOTIS, S., CHAUMEAU, J.L., AND GUNARATNE, M. (1997) "Design Method for Stabilization of Slopes with Piles," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 4, pp. 314-323.

REESE, L.C., WANG, S.T., AND FOUSE, J.L. (1992) "Use of Drilled Shafts in Stabilizing a Slope," in *Stability and Performance of Slopes and Embankments*, edited by Seed, R. B., and Boulanger, R.W., GSP No. 31, ASCE, pp. 1318-1332.

REESE, L.C., COX, W.R., AND KOOP, F.D. (1974) "Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand" *Proceedings, 5th Offshore Technology Conference*, Texas, Vol. II, pp. 473-485.

WANG, W.L., AND YEN, B.C. (1974) "Soil Arching in Slopes", *Journal of the Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 100, No. GT1, pp. 61-78.